SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE CONTROL

Un sistema automático de control es un conjunto de componentes físicos conectados o relacionados entre sí, de manera que regulen o dirijan su actuación por sí mismos, es decir sin intervención de agentes exteriores (incluido el factor humano), corrigiendo además los posibles errores que se presenten en su funcionamiento.

Actualmente, cualquier mecanismo, sistema o planta industrial presenta una parte actuadora, que corresponde al sistema físico que realiza la acción, y otra parte de mando o control, que genera las órdenes necesarias para que esa acción se lleve o no a cabo.

Para explicar el fundamento de un sistema de control se puede utilizar como ejemplo un tirador de arco. El tirador mira a la diana, apunta y dispara. Si el punto de impacto resulta bajo, en el próximo intento levantará más el arco; si la flecha va alta, en la siguiente tirada bajará algo más el arco; y así sucesivamente, hasta que consiga la diana. El tirador sería el elemento de mando (da las órdenes de subir o bajar el brazo) y su brazo el elemento actuador.

En el ejemplo expuesto se observa que el objetivo se asegura mediante el método de prueba y error. Lógicamente los sistemas de control, al ser realizados por ordenadores o por otros medios analógicos, son más rápidos que en el caso del tirador.

Se puede mejorar el modelo sustituyendo el tirador por un soldado con un arma láser, que está continuamente disparando. El soldado es el elemento de mando en el sistema, y la mano con la que se sostiene el arma el elemento actuador.

En Automática se sustituye la presencia del ser humano por un mecanismo, circuito eléctrico circuito electrónico o, más modernamente por un ordenador. El sistema de control será, en este caso automático.

Un ejemplo sencillo de sistema automático lo constituye el control de temperatura de una habitación por medio de un termostato, en el que se programa una temperatura de referencia que se considera idónea. Si en un instante determinado la temperatura del recinto es inferior a la deseada, se producirá calor, lo que incrementará la temperatura hasta el valor programado, momento en que la calefacción se desconecta de manera automática.

Necesidad y aplicaciones de los sistemas automáticos de control

En la actualidad los sistemas automáticos juegan un gran papel en muchos campos, mejorando nuestra calidad de vida:

- En los procesos industriales:

  - Aumentando las cantidades y mejorando la calidad del producto, gracias a la producción en serie y a las cadenas de montaje.
  - Reduciendo los costes de producción.
  - Fabricando artículos que no se pueden obtener por otros medios.

- En los hogares: Mejorando la calidad de vida. Podríamos citar desde una lavadora hasta un control inteligente de edificios (domótica).
- Para los avances científicos: Un claro ejemplo lo constituyen las misiones espaciales.
- Para los avances tecnológicos: por ejemplo en automoción es de todos conocidos los limpiaparabrisas inteligentes, etc.

Como se puede observar las aplicaciones son innumerables. De esta manera surge toda una teoría, La Regulación Automática, dedicada al estudio de los sistemas automáticos de control.

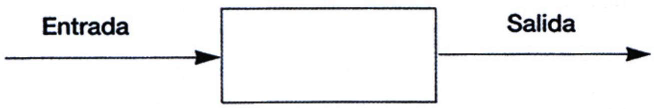
CONCEPTOS

Variables del sistema: son todas las magnitudes, sometidas a vigilancia y control, que definen el comportamiento de un sistema (velocidad, temperatura, posición, etc.).
Entrada: es la excitación que se aplica a un sistema de control desde una fuente de energía externa, con el fin de provocar una respuesta.
Salida: es la respuesta que proporciona el sistema de control.
Perturbación: son las señales no deseadas que influyen de forma adversa en el funcionamiento del sistema. Por ejemplo abrir una ventana representa una perturbación en el sistema de control de temperatura mediante termostato.
Planta: sistema sobre el que pretendemos actuar.
Sistema: es un conjunto de elementos interrelacionados capaces de realizar una operación dada o de satisfacer una función deseada.
Entrada de mando: señal externa al sistema que condiciona su funcionamiento.
Señal de referencia: es una señal de entrada conocida que nos sirve para calibrar al sistema.
Señal activa: también denominada señal de error. Representa la diferencia entre la señal de entrada y la realimentada.
Unidad de control: gobierna la salida en función de una señal de activación.
Unidad de realimentación: está formada por uno o varios elementos que captan la variable de salida, la acondicionan y trasladan a la unidad de comparación.
Transductor: transforma una magnitud física en otra que es capaz de interpretar el sistema.
Amplificador: nos proporciona un nivel de señal procedente de la realimentación, entrada, comparador, etc. Adecuada al elemento sobre el que actúa.
De acuerdo con su naturaleza los sistemas de control pueden ser:
Sistemas naturales: por ejemplo la transpiración o control de la temperatura del cuerpo humano. La entrada del sistema es la temperatura habitual de la piel, y la salida, su temperatura actual. Si esta última es elevada, la sudoración aumenta para que, por evaporación, se produzca un enfriamiento de la piel. A medida que la temperatura va decreciendo, se va disminuyendo la secreción de sudor.
Sistemas realizados por el hombre: por ejemplo el control de temperatura mediante termostato. La entrada del sistema es la temperatura de referencia que se considera idónea y se programa en el termostato; y la salida del sistema es la temperatura de una habitación. Si la temperatura de salida es menor que la de entrada, se producirá calor hasta conseguir que la temperatura de la habitación sea igual a la de referencia, momento en que la calefacción se desconecta de modo automático.
Sistemas mixtos: son mezcla de los anteriores. Un ejemplo sería una persona que maneja un automóvil. La entrada es la dirección de la carretera, y la salida la dirección del automóvil. Por medio del cerebro, los ojos, las manos….., y también el vehículo, el conductor controla y corrige la salida para ajustarla a la entrada. Otro ejemplo sería el de una persona que se está duchando. La entrada sería la temperatura ideal del agua de la ducha, y la salida es la temperatura a la que realmente se encuentra el agua. La persona abre o cierra los grifos de agua fría y caliente, ejerciendo control sobre la temperatura del agua.

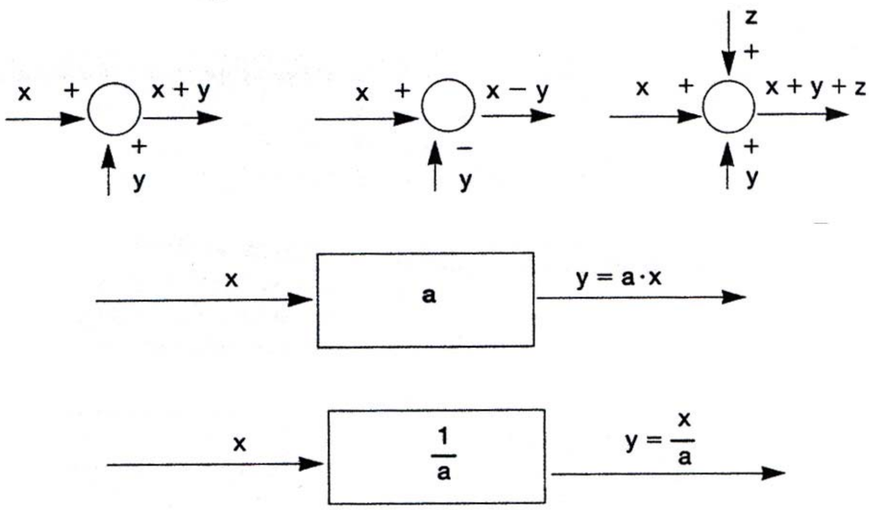
REPRESENTACIÓN DE LOS SISTEMAS DE CONTROL. DIAGRAMAS DE BLOQUES

Un proceso o **sistema de control** es un conjunto de elementos interrelacionados capaces de realizar una operación dada o de satisfacer una función deseada.
Los sistemas de control se pueden representar en forma de diagramas de bloques, en los que se ofrece una expresión visual y simplificada de las relaciones entre la entrada y la salida de un sistema físico.
A cada componente del sistema de control se le denomina elemento, y se representa por medio de un rectángulo.

El diagrama de bloques más sencillo es el bloque simple, que consta de una sola entrada y de una sola salida.



La interacción entre los bloques se representa por medio de flechas que indican el sentido de flujo de la información.
En estos diagramas es posible realizar operaciones de adición y de sustracción, que se representan por un pequeño círculo en el que la salida es la suma algebraica de las entradas con sus signos. También se pueden representar las operaciones matemáticas de multiplicación y división como se muestra en la siguiente figura:

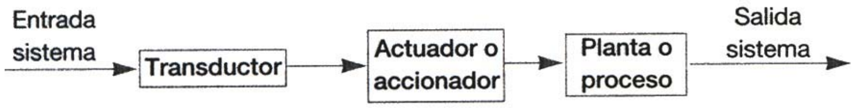


TIPOS DE SISTEMAS DE CONTROL
Los sistemas de regulación se pueden clasificar en:
Sistemas de bucle o lazo abierto: son aquellos en los que la acción de control es independiente de la salida.
Sistemas de bucle o lazo cerrado: son aquellos en los que la acción de control depende en cierto modo, de la salida.

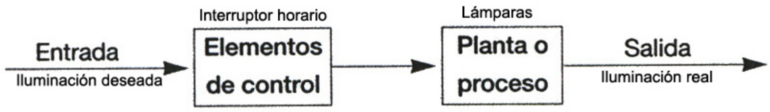
<u>Sistemas de control en lazo abierto</u>

Un sistema de control en lazo o bucle abierto es aquél en el que la señal de salida no influye sobre la señal de entrada. La exactitud de estos sistemas depende de su calibración, de manera que al calibrar se establece una relación entre la entrada y la salida con el fin de obtener del sistema la exactitud deseada.
El diagrama de bloque de un sistema en lazo abierto es:

El sistema se controla bien directamente, o bien mediante un transductor y un actuador. El esquema típico del sistema será, en este caso:



El transductor modifica o adapta la naturaleza de la señal de entrada al sistema de control.
En el caso del sistema de control de la temperatura de una habitación, para que sea un sistema abierto es necesario que no exista termostato, de manera que siga funcionando permanentemente. La entrada del sistema sería la temperatura ideal de la habitación; la planta o proceso sería la habitación y la salida sería la temperatura real de la habitación. El transductor podría ser un dial en el que definamos el tiempo de funcionamiento y el actuador el propio foco de calefacción (caldera o radiador).
El actuador o accionador modifica la entrada del sistema entregada por el transductor (normalmente amplifica la señal).
Una lavadora automática sería un claro ejemplo de sistema de control en lazo abierto. La blancura de la ropa (señal de salida) no influye en la entrada. La variable tiempo presenta una importancia fundamental: si está bien calibrada, cada proceso durará el tiempo necesario para obtener la mejor blancura.
Otro ejemplo de sistema en lazo abierto sería el alumbrado público controlado por interruptor horario. El encendido o apagado no depende de la luz presente, sino de los tiempos fijados en el interruptor horario.

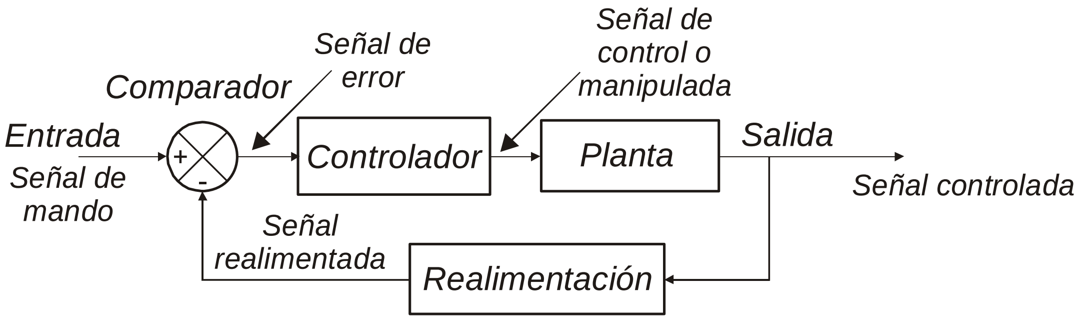


Como vemos los sistemas de lazo abierto dependen de la variable tiempo y la salida no depende de la entrada.
El principal inconveniente que presentan los sistemas de lazo abierto es que son extremadamente sensibles a las perturbaciones. Por ejemplo si en una habitación se ha conseguido una temperatura idónea y se abre una puerta o ventana (perturbación) entraría aire frío, de manera que el tiempo necesario para obtener dicha temperatura sería diferente.

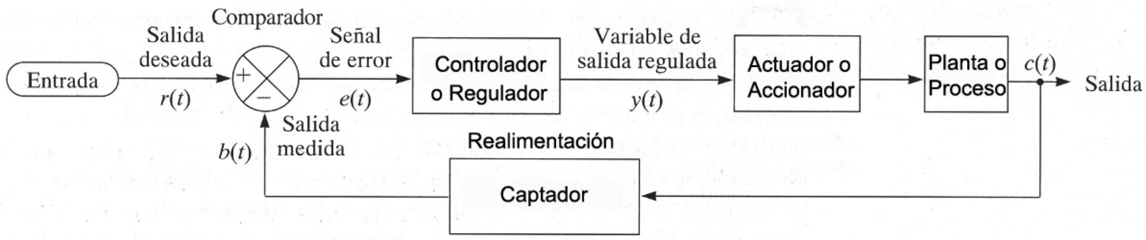
Sistemas de control en lazo cerrado

Si en un sistema en lazo abierto existen perturbaciones, no se obtiene siempre la variable de salida deseada. Conviene, por tanto, utilizar un sistema en el que haya una relación entre la salida y la entrada.
Un sistema de control de lazo cerrado es aquél en el que la acción de control es, en cierto modo, dependiente de la salida. La señal de salida influye en la entrada. Para esto es necesario que la entrada sea modificada en cada instante en función de la salida. Esto se consigue por medio de lo que llamamos realimentación o retroalimentación (feedback).
La realimentación es la propiedad de un sistema en lazo cerrado por la cual la salida (o cualquier otra variable del sistema que esté controlada) se compara con la entrada del sistema (o una de sus entradas), de manera que la acción de control se establezca como una función de ambas.
A veces también se le llama a la realimentación transductor de la señal de salida, ya que mide en cada instante el valor de la señal de salida y proporciona un valor proporcional a dicha señal.

Por lo tanto podemos definir también los sistemas de control en lazo cerrado como aquellos sistemas en los que existe una realimentación de la señal de salida, de manera que ésta ejerce un efecto sobre la acción de control.
El diagrama de bloques correspondiente a un sistema de control en lazo cerrado es:



El controlador está formado por todos los elementos de control y a la planta también se le llama proceso.
En este esquema se observa cómo la salida es realimentada hacia la entrada. Ambas se comparan, y la diferencia que existe entre la entrada, que es la señal de referencia o consigna (señal de mando), y el valor de la salida (señal realimentada) se conoce como error o señal de error. La señal que entrega el controlador se llama señal de control o manipulada y la entregada por la salida, señal controlada.
El error, o diferencia entre los valores de la entrada y de la salida, actúa sobre los elementos de control en el sentido de reducirse a cero y llevar la salida a su valor correcto. Se intenta que el sistema siga siempre a la señal de consigna.
El diagrama de bloques anterior se puede sustituir por el siguiente:



La salida del sistema de regulación se realimenta mediante un captador. En el comparador o detector de error, la señal de referencia (salida del transductor) se compara con la señal de salida medida por el captador, con lo que se genera la siguiente señal de error:

$$e(t) = r(t) - b(t)$$

donde e(t) es la señal de error, r(t) la señal de referencia y b(t) la variable realimentada.
Pueden suceder dos casos:

- Que la señal de error sea nula. En este caso la salida tendrá exactamente el valor previsto.
- Que la señal de error no sea nula. Esta señal de error actúa sobre el elemento regulador que a su salida proporciona una señal, a través del elemento accionador, influye el la planta o proceso para que la salida alcance el valor previsto y de esta manera el valor se anule.

En el ejemplo de control de temperatura de una habitación, el sistema, planta o proceso es la habitación que se quiere calentar, el transductor puede ser un dial con el que se define el grado de calentamiento, el actuador o accionador una caldera o un radiador y el captador puede ser

un termómetro. Este último actúa como sensor midiendo la temperatura del recinto, para que pueda ser comparada con la de referencia.
El regulador o controlador es el elemento que determina el comportamiento del bucle, por lo que debe ser un componente diseñado con gran precisión. Es el cerebro del bucle de control. Mientras que la variable controlada se mantenga en el valor previsto, el regulador no actuará sobre el elemento accionador. Pero si el valor de la variable se aleja del prefijado, el regulador modifica su señal, ordenando al accionador que actúe sobre la planta o proceso, en el sentido de corregir dicho alejamiento. El termostato del ejemplo anterior realizaría esta función.
Los sistemas en lazo cerrado son mucho menos sensibles a las perturbaciones que los de lazo abierto, ya que cualquier modificación de las condiciones del sistema afectará a la salida, pero este cambio será registrado por medio de la realimentación como un error que es en definitiva la variable que actúa sobre el sistema de control. De este modo, las perturbaciones se compensan, y la salida se independiza de las mismas.

CONCEPTO DE FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Para determinar la respuesta de un elemento en función del tiempo, se aplican señales conocidas a la entrada del sistema o elemento y se evalúan las señales que aparecen en la salida. La respuesta obtenida así se llama respuesta transitoria. Normalmente la señal de entrada es una señal de entrada en forma de escalón.
También se puede estudiar la respuesta matemáticamente mediante la función de transferencia o respuesta en frecuencia. Por medio de la función de transferencia se puede conocer:

- La respuesta del sistema frente a una entrada determinada.
- La estabilidad del sistema (si la respuesta del sistema se va a mantener dentro de unos límites determinados).
- Qué valores se pueden aplicar al sistema para que permanezca estable.

Se define función de transferencia G(s) de un sistema como el cociente entre las transformadas de Laplace de las señales de salida y entrada.

$$G(s) = \frac{L[c(t)]}{L[r(t)]} = \frac{C(s)}{R(s)}$$

Las características de la función de transferencia dependen únicamente de las propiedades físicas de los componentes del sistema, no de la señal de entrada aplicada.
La función de transferencia viene dada como el cociente de dos polinomios en la variable compleja s de Laplace, uno, N(s) (numerador) y otro D(s) (denominador).

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_0.s^m + b_1.s^{m-1} + ... + b_m}{a_0.s^n + a_1.s^{n-1} + ... + a_n}$$

La función de transferencia es muy útil para, una vez calculada la transformada de Laplace de la entrada, conocer de forma inmediata la transformada de Laplace de la salida. Calculando la trasformada inversa se obtiene la respuesta en el tiempo del sistema ante esa entrada determinada.

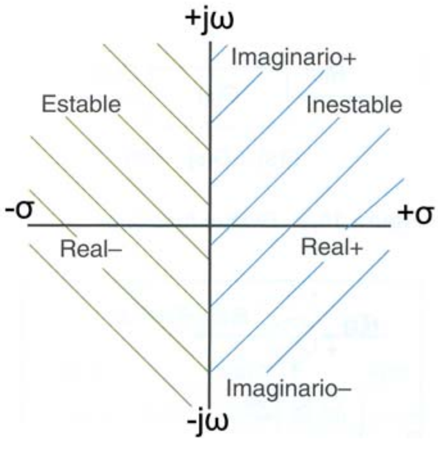
POLOS Y CEROS

El denominador de la función de transferencia, D(s), se conoce como función característica, pues determina, a través de los valores de sus coeficientes, las características físicas de los elementos que componen el sistema.
La función característica igualada a cero se conoce como ecuación característica del sistema:

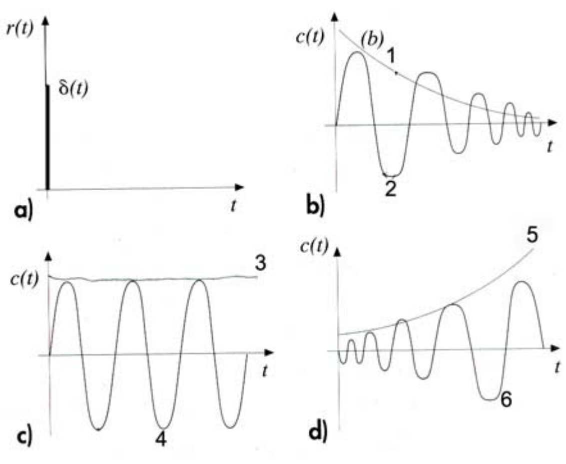
$$D(s) = a_0.s^n + a_1.s^{n-1} + ... + a_{n-1}.s + a_n = 0$$

Las raíces de la ecuación característica se denominan polos del sistema. Las raíces del numerador N(s) reciben el nombre de ceros del sistema.
Se puede demostrar que para que un sistema sea físicamente realizable, el número de polos debe ser mayor, o al menos igual, que el número de ceros. Si fuese al contrario, esto implicaría que el sistema responde antes de que se produzca el estímulo, lo cual es físicamente imposible.

ESTABILIDAD DE UN SISTEMA
Un sistema estable es aquél que permanece en reposo a no ser que se excite por una fuente externa, en cuyo caso alcanzará de nuevo el reposo una vez que desaparezcan todas las excitaciones.
Para que un sistema sea estable, las raíces de la ecuación característica o polos deben estar situados en el lado izquierdo del semiplano complejo de Laplace:



Los polos situados en el origen o sobre el eje imaginario dan lugar a respuestas continuas o constantes que se consideran inestables.
Los polos en la parte derecha del plano complejo dan lugar a respuestas que crecen con el tiempo y por lo tanto son inestables.
Se dice que un sistema de control es estable cuando aplicando a su entrada una señal Delta de Dirac δ(t), a la salida aparece una señal decreciente en el tiempo que se hace cero cuando el tiempo tiende a infinito.



1.- Amortiguamiento exponencial.
2.- Sinusoide amortiguada exponencialmente.
3.- Constante.
4.-Sinusoide de amplitud constante.
5.- Incremento exponencial.
6.- Sinusoide incrementada exponencialmente.

ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DE UN SISTEMA DE REGULACIÓN

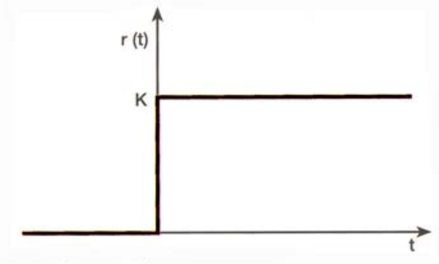
El régimen normal de funcionamiento de un sistema no se produce inmediatamente después de aplicarle una entrada determinada, pues en el cambio ocurren una serie de fenómenos transitorios. Por lo tanto, en la respuesta de un sistema a lo largo del tiempo se pueden distinguir:

- Respuesta transitoria.
- Respuesta permanente.

Una respuesta permanente es la que ofrece un sistema en el momento en que sus variables se han estabilizado y presentan un valor normal de funcionamiento.
Una respuesta transitoria es la que se produce en un sistema hasta llegar la respuesta permanente y que, por lo tanto, presenta sus variables sin estabilizar. Esta parte de la repuesta tiende a anularse a medida que transcurre el tiempo. La respuesta transitoria no debe ser ni brusca ni muy lenta. La respuesta transitoria da una idea de estabilidad y rapidez del sistema, mientras que la respuesta permanente da una idea de la precisión del sistema.

La función escalón unitario

Existen una serie de entradas que utilizan para el estudio la respuesta de los sistemas en Regulación Automática. De todas ellas la más sencilla y representativa es la función escalón.



Función escalón.

Se define de modo que:
r(t)=K para t≥0 Si K=1 la función se conoce como escalón unitario.
r(t)=0 para t<0

Para r(t)=1 sabemos que la transformada de Laplace es 1/s; es decir la transformada de la función escalón es 1/s.
Sabemos que para un sistema la función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}; \qquad C(s) = G(s).R(s) = \frac{G(s)}{s}$$

El valor de la respuesta de un sistema frente a un escalón unitario en el dominio del tiempo se obtiene hallando la transformada inversa de Laplace de la función de transferencia del sistema dividida por s.

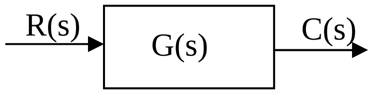
Tipos de sistemas

Se denomina orden de un sistema al correspondiente a su función característica. Según esto nos podemos encontrar:

- Sistemas de orden cero: su función de transferencia no tiene ningún polo.
- Sistemas de primer orden: su función de transferencia tiene un polo.
- Sistemas de segundo orden: su función de transferencia tiene dos polos.
- Sistemas de orden superior: su función de transferencia tiene más de dos polos.

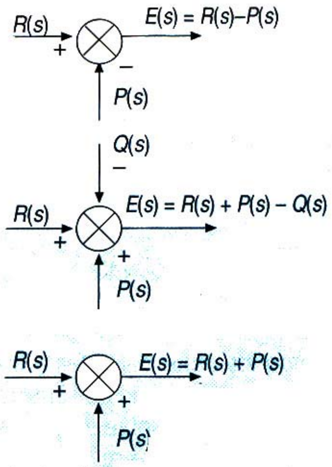
DIAGRAMAS DE BLOQUES

Un bloque es una representación gráfica de la relación causa-efecto existente entre la entrada y la salida de un sistema físico. El bloque se representa mediante un rectángulo que contiene el nombre o la descripción del elemento, o la operación matemática que se ejecuta sobre la entrada para obtener la salida.



$C(s) = G(s) \cdot R(s)$

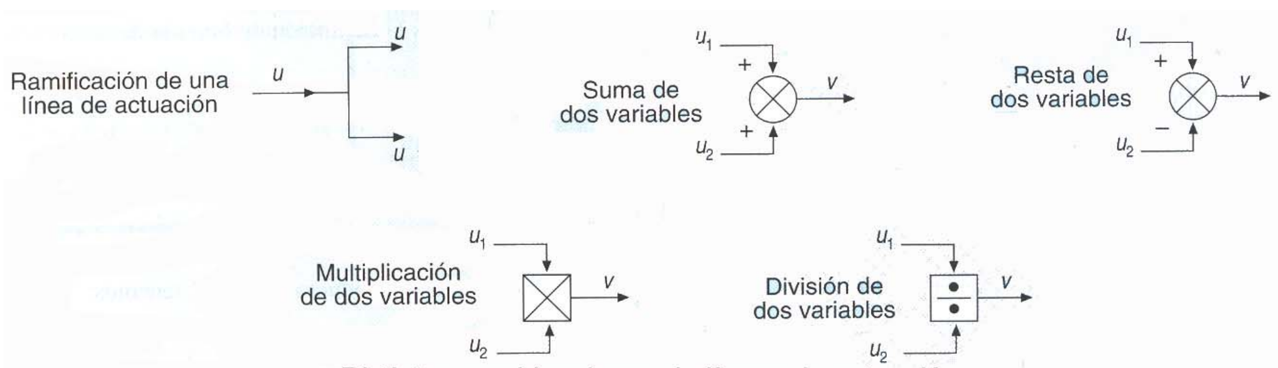
Comparadores



Símbolo de los comparadores

Combinación entre líneas de actuación

La interacción entre bloques viene representada por líneas de actuación que llevan en su extremo una flecha que indica el sentido del flujo.



Distintas combinaciones de líneas de actuación

Combinaciones básicas de bloques:

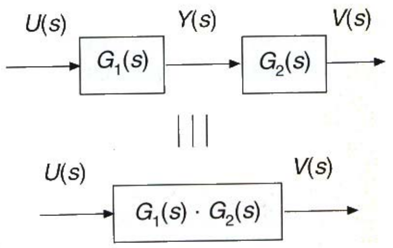
Conexión serie

$$V(s) = G_2(s) \cdot Y(s); \quad \text{e} \quad Y(s) = G_1(s) \cdot U(s)$$

$$V(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot U(s)$$

$$\frac{V(s)}{U(s)} = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

Alteracióndel orden de factores en conexión serie.



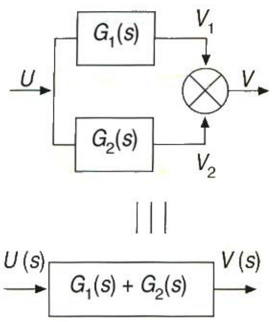
Conexión serie de bloques funcionales.

Conexión paralelo

$$V_1(s) = G_1(s) \cdot U(s) \text{ y } V_2(s) = G_2(s) \cdot U(s).$$

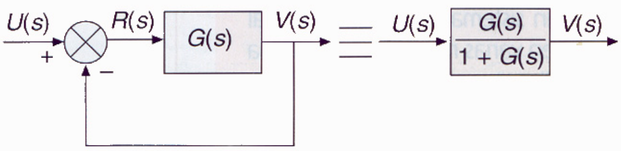
$$V(s) = V_1(s) + V_2(s) = G_1(s) \cdot U(s) + G_2(s) \cdot U(s) = (G_1 + G_2)U(s)$$

$$\frac{V(s)}{U(s)} = G_1(s) + G_2(s)$$



Conexión paralelo de bloques funcionales

Conexión en anillo con realimentación directa



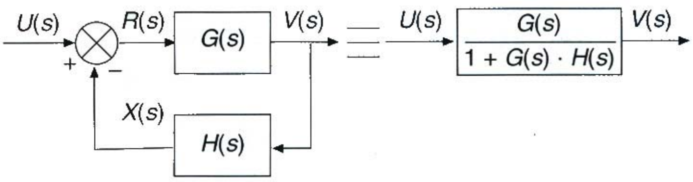
Función de transferencia en bucle cerrado con realimentación directa

$$R(s) = U(s) - V(s)$$

$V(s) = G(s) \cdot R(s)$. Si sustituimos $R(s)$, nos queda:

$$V(s) = G(s)[U(s) - V(s)];$$
$$V(s) = G(s) \cdot U(s) - G(s) \cdot V(s);$$
$$V(s) + G(s) \cdot V(s) = G(s) \cdot U(s);$$
$$V(s)[1 + G(s)] = G(s) \cdot U(s);$$
$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

Conexión en anillo con realimentación a través de un segundo elemento



Las funciones de cada elemento son: $R(s) = U(s) - X(s)$; $X(s) = H(s) \cdot V(s)$ y $V(s) = G(s) \cdot R(s)$. Primero sustituimos $R(s)$:

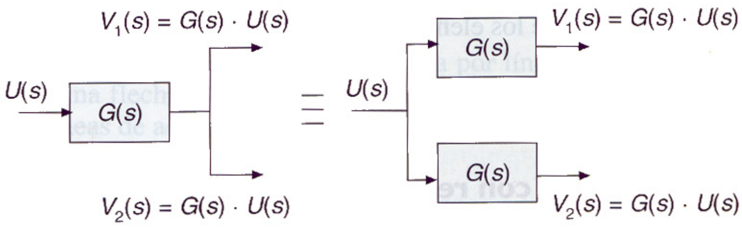
$$V(s) = G(s)[U(s) - X(s)] = G(s) \cdot U(s) - G(s) \cdot X(s);$$

Luego cambiamos $X(s)$ por su valor y nos queda:

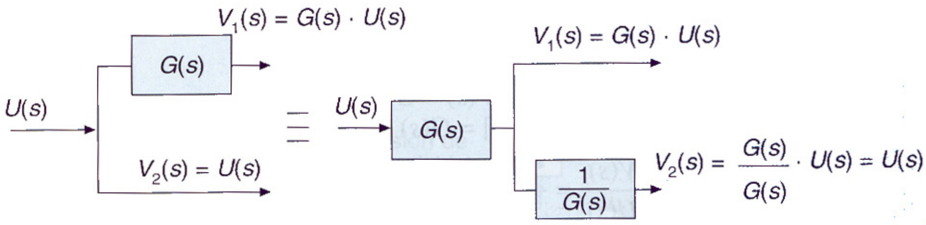
$$V(s) = G(s) \cdot U(s) - G(s) \cdot H(s) \cdot V(s);$$
$$V(s) + G(s) \cdot H(s) \cdot V(s) = G(s) \cdot U(s);$$
$$V(s)[1 + G(s) \cdot H(s)] = G(s) \cdot U(s);$$

La función de tranferencia será $$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + H(s) \cdot G(s)}$$

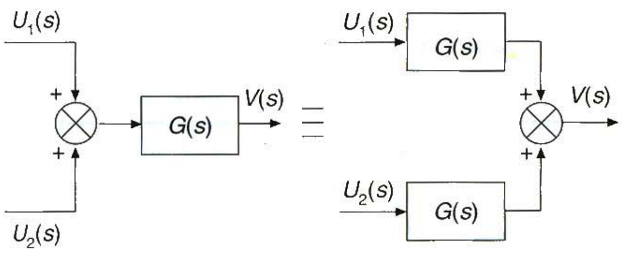
Transposición de ramificaciones y nudos



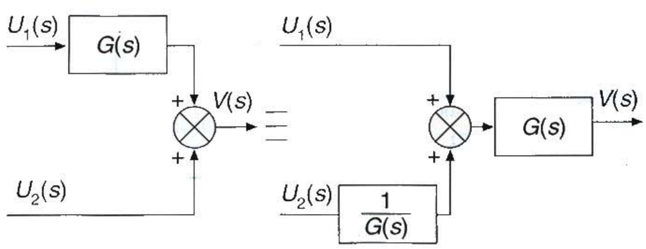
Transposición de un punto de bifurcación



Transposición de un punto de bifurcación



Transposición de un punto de suma



Transposición de un punto de suma

ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD DE UN SISTEMA

Un sistema estable es aquel que permanece en reposo a no ser que se excite y, en tal caso, volverá al reposo una vez que desaparezca la excitación. Anteriormente la hemos estudiado, pero era necesario resolver la ecuación característica. Vamos a estudiar otro método en el que no es necesario resolverlo; es el método de *Rout.* El criterio de estabilidad de Routh indica si hay o no raíces positivas en una ecuación polinómica del grado que sea, sin tener que resolverla.

1. El polinomio s se escribe ordenado $P(s) = a_0 s^n + ...a_{n-1}s + a_n = 0$ (se supone que $a_n \neq 0$)
2. Si alguno de los coeficientes es nulo o negativo y hay coeficientes positivos, el sistema *no es estable.*
3. Si todos los coeficientes son positivos ,se colocan en filas y columnas como sigue:

	Términos			
S^n	a_0	a_2	a_4	a_6
S^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7
S^{n-2}	b_1	b_2	b_3	
...	…………..			
...	…………			
S^2	e_1	e_2		
S^1	f_1			
S^0	g_1			

Los demás coeficientes los calculamos por la siguiente forma:

$$b_1 = \frac{a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3}{a_1} \qquad b_2 = \frac{a_1 \cdot a_4 - a_0 \cdot a_5}{a_1} \qquad b_3 = \frac{a_1 \cdot a_6 - a_0 \cdot a_7}{a_1}$$

De la misma forma determinamos las restantes filas c, d, e, f,...

4. El sistema será estable si en la 1ª columna no existen cambios de signo.

La condición necesaria para que todas las raíces tengan parte real negativa es:

- Que el polinomio esté completo en s, es decir, que todas las potencias en s, desde s^n a s^0, deben figurar en la ecuación.
- Si algún coeficiente distinto de a_n, es cero, o si hay algún coeficiente negativo, hay varias raíces positivas o raíces imaginarias con parte real positiva y el sistema es inestable.

Se pueden presentar dos casos especiales:

a. Un término de la primera columna, en cualquier fila, es 0 y los demás no.
    1. Sustituimos el 0 por un número positivo muy pequeño ε.
    2. Si los signos de los coeficientes que hay por encima y por debajo del cero son del mismo signo, indica que hay dos raíces imaginarias.
    3. Si los coeficientes que hay por encima y por debajo son de distinto signo, indica que hay un cambio de signo en el sistema
b. Si todos los coeficientes de la fila son cero, formamos un polinomio auxiliar con los coeficientes del último renglón, lo derivamos y los nuevos coeficientes los ponemos en el renglón siguiente.

EL REGULADOR O CONTROLADOR

Antiguamente el control de los procesos industriales se llevaba a cabo de manera manual: el propio operario realizaba los cambios adecuados en el sistema para obtener los resultados finales deseados.. Hoy en día, muchas aplicaciones automáticas utilizan el computador como elemento de control.

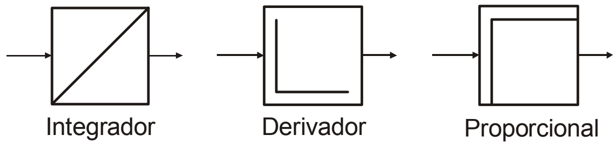
El controlador o regulador constituye el elemento fundamental en un sistema de control, pues determina el comportamiento del bucle, ya que condiciona la acción del elemento actuador en función del error obtenido. La forma en que el regulador genera la señal de control se denomina acción de control. Algunas de estas acciones se conocen como acciones básicas de control, mientras que otras se pueden presentar como combinaciones de las acciones básicas.

Acciones Básicas	Combinación de acciones básicas
Proporcional (P)	Proporcional - Integrador (PI)
Derivador (D)	Proporcional - Derivador (PD)
Integrador (I)	Proporcional – Integrador - Derivador (PID)

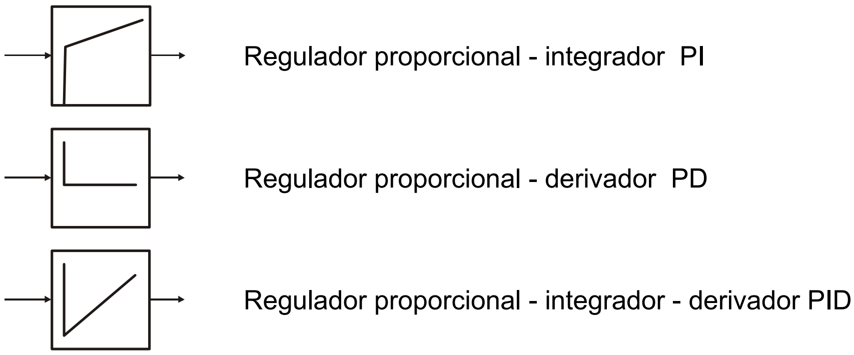
Al controlador integrador también se le llama integral.
Al controlador derivador también se le llama derivativo o diferencial.

Simbología de los distintos tipos de controladores

Controladores de acciones Básicas



Combinación de controladores básicos



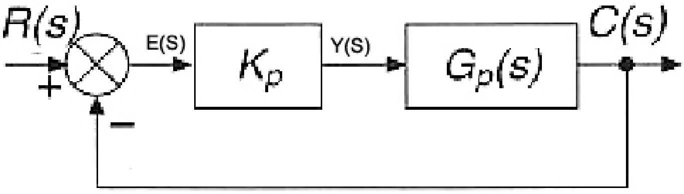
Controlador de acción Proporcional (P)

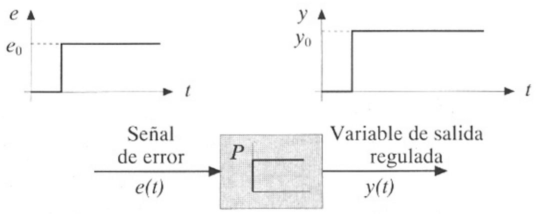
En este regulador la señal de accionamiento es proporcional a la señal de error del sistema. Si la señal de error es grande, el valor de la variable regulada es grande y si la señal de error del sistema es pequeña, el valor de la variable regulada es pequeña.
Es el más simple de todos los tipos de control y consiste simplemente en amplificar la señal de error antes de aplicarla a la planta o proceso. La función de transferencia de este tipo de control se reduce a una variable real, denominada K_p que determinará el nivel de amplificación del elemento de control.
Llamando y(t) a la señal de salida (salida del regulador) y e(t) a la señal de error (entrada al regulador), en un control proporcional tendremos:
$y(t)= K_p\, e(t)$, y pasando al dominio de Laplace, tendremos $Y(S)= K_p\, E(S)$
La función de transferencia del bloque controlador (no la total del sistema), será:

$$\frac{Y(S)}{E(S)} = K_p$$

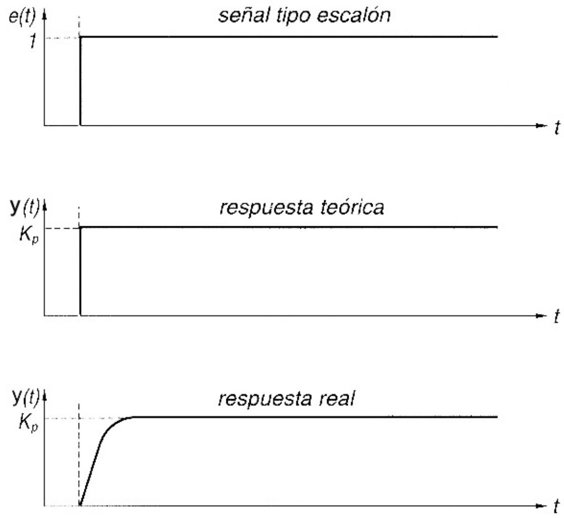
donde Y(S) es la salida del regulador o controlador, E(S) la señal de error y K_p la ganancia del bloque de control.

Teóricamente, en este tipo de controlador, si la señal de error es cero, la salida del controlador también será cero. La repuesta, en teoría es instantánea, con lo cual el tiempo no interviene en el control. Sin embargo, en la práctica, esto no es así, de forma que, si la variación de la señal de entrada es muy rápida, el controlador no puede seguir dicha variación y seguirá una trayectoria exponencial hasta alcanzar la salida deseada.





Respuesta temporal de un controlador proporcional



Teniendo en cuenta la respuesta real de un regulador proporcional, se tienen los siguientes parámetros:

BP = *Banda proporcional.* Es el tanto por ciento que tiene que variar la entrada al controlador para que se altere el 100% de la variable de salida.

K' = Es el valor de salida que proporciona el controlador cuando el error es del 0%. Normalmente se le da un valor del 50%.

K_p = Es la *ganancia proporcional,* o sea, la razón entre el cambio en la salida (variable regulada) y el cambio en la entrada (señal de error). Determina la sensibilidad del controlador.

$$Kp = 100/(BP)$$

y = Es la *salida en %.*

M = *Medición.*

PC = Es el *punto de consigna.*

Las relaciones entre estos parámetros son:

$$y = Kp\,.E + K'(\,\%)$$

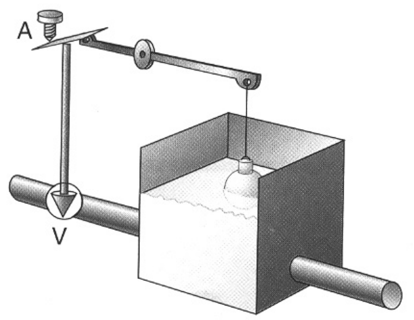
$$E = (M - PC)\ \%$$

$$y = 100/(BP)\,.E + 50(\%)$$

Si la ganancia proporcional es demasiado elevada el controlador provoca grandes cambios en el elemento actuador frente a ligeras desviaciones de la variable regulada. Si la ganancia proporcional es demasiado pequeña, la respuesta del controlador será demasiado débil y produciría una regulación no satisfactoria.

Una propiedad importante del regulador P es que como resultado de la rígida relación entre la señal de error del sistema y la variable regulada siempre queda alguna señal de error del sistema. El controlador P no puede compensar esta señal de error remanente (permanente) del sistema (señal de OFFSET).
Por ejemplo, si utilizamos un controlador proporcional para controlar el posicionamiento de un brazo robot de una cadena de montaje, puede suceder que al recibir una señal de error para desplazar el brazo un centímetro en el eje X, el desplazamiento sea únicamente de nueve milímetros. De este modo, el sistema tendrá siempre un error remanente de un milímetro por cada centímetro de desplazamiento. La forma de corregir este error es mediante un mejor ajuste de la ganancia del sistema, o mediante el uso de otro controlador distinto.

Otro ejemplo de un símil de control proporcional es el siguiente:
Tenemos un controlador de nivel por flotador que nos permitirá comprender el funcionamiento de dicho control.
Mediante la válvula de control V conseguimos que el caudal de entrada de agua al depósito sea igual al caudal de salida, a base de mantener el nivel constante en el depósito. Con el tomillo A fijamos el punto de ajuste para el nivel deseado.



Si se produce un aumento del caudal de salida, disminuye el nivel del depósito, entonces el flotador, a través de un brazo, actúa sobre la válvula V, haciendo aumentar el caudal de entrada hasta que se iguale al siguiente. Cuando se haya alcanzado la igualdad de los caudales, el flotador estará a un nivel más bajo que al principio, por lo que se produce un error permanente.
Observamos que el regulador de acción proporcional responde bien a las necesidades operativas, si el error que se produce es tolerable.

Controlador de acción Integral (I)

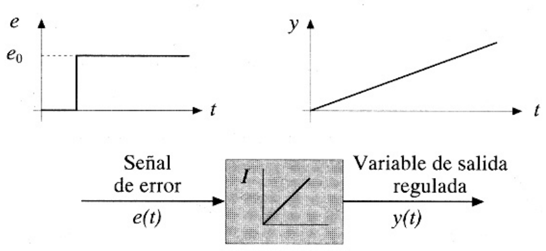
En un controlador integral, la señal de salida del mismo varia en función de la desviación y del tiempo en que se mantiene la misma, o dicho de otra manera, el valor de la acción de control es proporcional a la integral de la señal de error. Esto implica que mientras que en la señal proporcional no influía el tiempo, sino que la salida únicamente variaba en función de las modificaciones de la señal de error, en este tipo de control la acción varía según la desviación de la salida y el tiempo durante el que esta desviación se mantiene.
La salida de este regulador es:

$$y(t) = K_i \int_0^t e(t)dt$$

y(t) = Salida integral.
e(t) = Error (diferencia entre medición y PC). PC (punto de consigna)
Analizando el sistema en el dominio de Laplace y teniendo en cuenta que la transformada de la función integral es $\frac{1}{S}E(S)$ obtendremos la siguiente función $Y(S) = K_i \frac{E(S)}{S}$ y, por lo tanto, la función de transferencia del bloque de control integral es:

$$\frac{\mathrm{Y(S)}}{\mathrm{E(S)}} = \frac{\mathrm{K_i}}{\mathrm{S}}$$

La respuesta en el tiempo, del bloque de control integral, ante una señal de tipo escalón es:



Respuesta temporal de un controlador integral

La pendiente de la rampa de acción integral es K_i, lo que implica que la velocidad de respuesta del sistema de control dependerá del valor de K_i.
El problema principal del controlador integral radica en que la respuesta inicial es muy lenta, y hasta pasado un tiempo, el controlador no empieza a ser efectivo. Sin embargo elimina el error remanente que tenía el controlador proporcional.

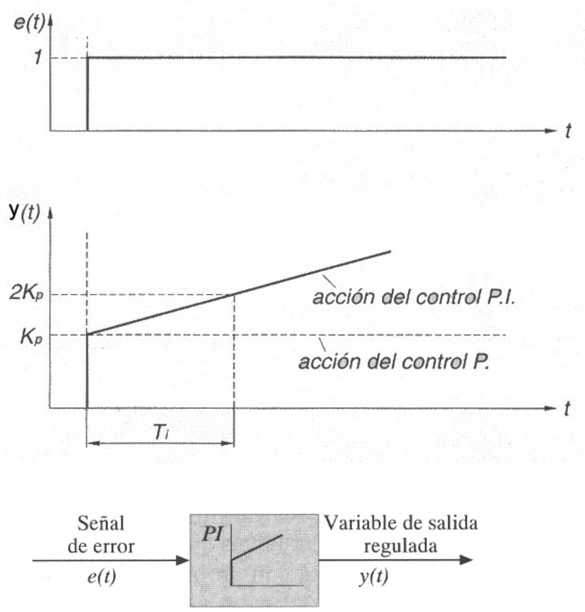
Controlador de acción proporcional e integral (PI)

En la práctica no existen controladores que tengan sólo acción integral sino que llevan combinada una acción proporcional. Estas dos acciones se complementan. La primera en actuar es la acción proporcional (instantáneamente) mientras que la integral actúa durante un intervalo de tiempo. Así y por medio de la acción integral se elimina la desviación remanente (proporcional).

La salida del bloque de control PI responde a la ecuación:

$y(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt$ que también podemos expresar como $y(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t)dt$

donde K_p y T_i son parámetros ajustables del sistema. A T_i se le denomina tiempo integral y controla la acción integral del sistema, mientras que K_p controla ambas. Si T_i es muy grande la pendiente de la rampa, correspondiente al efecto integral será pequeña y, por tanto, el efecto de esta acción suave, y viceversa.

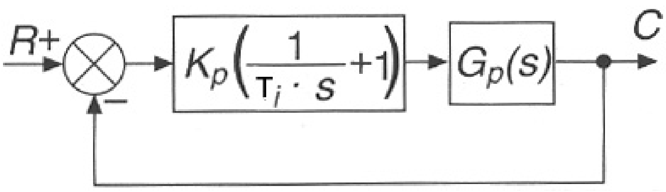


Respuesta temporal del controlador PI

Analizando el sistema en el dominio de Laplace:

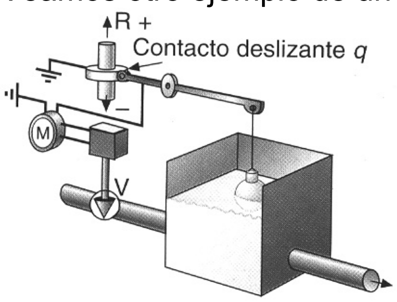
$Y(s) = K_p E(S)\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot S}\right)$ y la función de transferencia será:

$$\frac{Y(S)}{E(S)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot S}\right)$$



Como se observa en la figura, la respuesta del controlador PI es la suma de las respuestas de un controlador proporcional y un controlador integral lo que proporciona una respuesta instantánea al producirse la correspondiente señal de error provocada por el control proporcional y un posterior control integral que se encargará de extinguir totalmente la señal de error.
Por ejemplo, si aplicamos un control proporcional- integral para controlar el posicionamiento de un brazo robot de una cadena de montaje, al recibir una señal de error para desplazar el brazo un centímetro en el eje X, se produce un desplazamiento brusco provocado por el control proporcional que lo acercará, con mayor o menor precisión al punto deseado y, posteriormente, el control integral continuará con el control del brazo hasta posicionarlo el punto exacto, momento en el que desaparecerá totalmente la señal de error y, por tanto, eliminando totalmente el posible error remanente del sistema.

Veamos otro ejemplo de un símil de regulador integral.



Siguiendo con el ejemplo anterior, en este caso la válvula de regulación está accionada por un motor de c.c. que gira proporcionalmente a la tensión aplicada, por lo que la separación del contacto deslizante q de la posición del cero de tensión, determina apertura o cierre de la válvula con velocidad proporcional a la separación que se produzca, es decir, a la variación que experimenta el flotador del punto de ajuste y durante el tiempo que exista la variación.
Si suponemos que el nivel desciende por un aumento de consumo, el contacto deslizante q se desliza sobre el reostato R, dando una tensión al motor que hace abrir la válvula. Esta apertura continuará hasta que el nivel no haya alcanzado el nivel prefijado y el motor reciba cero voltios.
Partiendo del regulador P, el regulador PI trata de mejorar la respuesta en régimen permanente.

Controlador de acción proporcional y derivativa (PD)

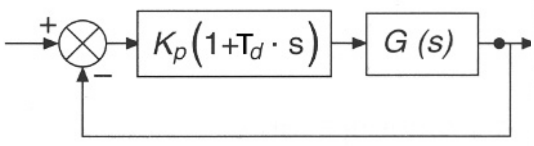
Esta acción, al igual que la integral, no se emplea sóla, sino que va unida a la acción proporcional (PD).
En el control proporcional y derivativo PD, la salida del bloque de control responde a la siguiente ecuación:

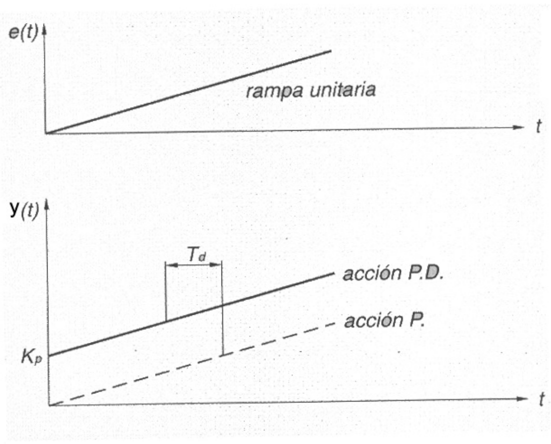
$y(t) = K_p e(t) + K_d \dfrac{de(t)}{dt}$ que también podemos expresar como $y(t) = K_p e(t) + K_p T_d \dfrac{de(t)}{dt}$

donde K_p y T_d son parámetros ajustables del sistema. A T_d se le denomina tiempo derivativo o de adelanto y controla la acción derivativa del sistema (es una medida de la rapidez con que compensa un controlador PD un cambio en la variable regulada, comparado con un controlador P puro), mientras que K_p controla ambas acciones.
Analizando el sistema en el dominio de Lapace:

$Y(s) = K_p E(S)(1 + T_d S)$ y por tanto la función de transferencia del bloque de control PD es

$$\frac{Y(S)}{E(S)} = K_p(1 + T_d S)$$





En este tipo de controladores, debemos tener en cuenta que la derivada de una constante es cero y, por tanto, en estos casos, el control derivativo no ejerce ningún efecto, siendo únicamente útil en los casos en los que la señal de error varía en el tiempo de forma continua. Por tanto, el análisis de este controlador ante una señal de error de tipo escalón no tiene sentido y, por ello, se ha representado la salida del controlador en función de una señal de entrada en forma de rampa unitaria.
Como se observa en la figura anterior la respuesta del controlador se anticipa a la propia señal de error, de ahí que al tiempo T_d se le denomine tiempo de anticipación o adelanto. Este tipo de controlador se utiliza en sistemas que deben actuar muy rápidamente, puesto que la salida está en continuo cambio.
La acción derivativa por sí sola no se utiliza, puesto que para señales lentas, el error producido en la salida en régimen permanente es muy grande y si la señal de mando deja de actuar durante un tiempo largo la salida tenderá hacia cero y no se realizará entonces ningún control. La utilidad de este tipo de controlador radica en aumentar la velocidad de respuesta de un sistema de control, ya que, como se comentó en los controladores proporcionales, aunque la velocidad de respuesta teórica de un controlador proporcional es instantánea, en la práctica no es así, pudiendo ser una rampa o una exponencial de una duración considerable.

Al incorporar a un controlador proporcional las características de un controlador derivativo, se mejora sustancialmente la velocidad de respuesta del sistema, a consta de una menor precisión en la salida (durante el intervalo de tiempo en que el control derivativo esté funcionando).
Un exceso en el dimensionado del control derivativo del controlador *PI* puede ser causa de inestabilidad en el sistema haciendo que la salida, ante variaciones bruscas no sea válida. Por ejemplo, si durante la conducción de un automóvil, de repente, se produce alguna situación anómala (como un obstáculo imprevisto en la carretera, u otro vehículo que invade parcialmente nuestra calzada), de forma involuntaria, el cerebro envía una respuesta casi instantánea a las piernas y brazos, de forma que se corrija velocidad y dirección de nuestro vehículo para sortear el obstáculo. Si el tiempo de actuación es muy corto, el cerebro tiene que actuar muy rápidamente (control derivativo) y, por tanto, la precisión en la maniobra es muy escasa, lo que <u>derivará</u> a efectuar movimientos muy bruscos de forma oscilatoria. Estos movimientos bruscos pueden ser causa un accidente de tráfico. En este caso, el tiempo de respuesta y la experiencia en la conducción (ajuste del controlador derivativo) harán que el control derivativo producido por el cerebro del conductor sea o no efectivo.

El controlador PD se utiliza poco, debido a que no puede compensar completamente las desviaciones remanentes del sistema y si la componente D es un poco grande, lleva rápidamente a la inestabilidad del bucle de regulación.

Controlador de acción PID

Aprovecha las características de los tres reguladores anteriores, de forma, que si la señal de error varía lentamente en el tiempo, predomina la acción proporcional e integral y, si la señal de error varía rápidamente, predomina la acción derivativa. Tiene la ventaja de tener una respuesta más rápida y una inmediata compensación de la señal de error en el caso de cambios o perturbaciones. Tiene como desventaja que el bucle de regulación es más propenso a oscilar y los ajustes son más difíciles de realizar.
La salida del regulador viene dada por la siguiente ecuación:

$$y(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$ que podemos expresar como

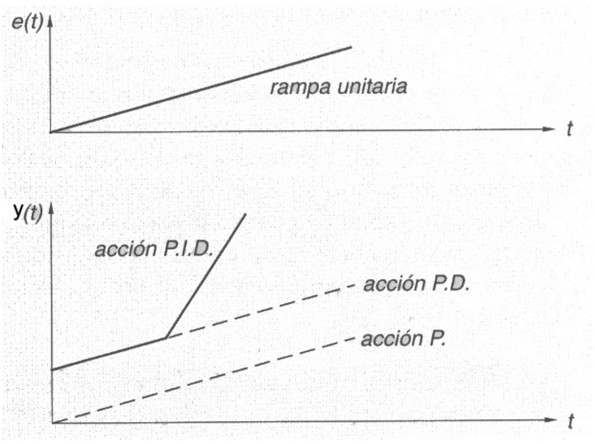
$$y(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t)dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

donde K_p, T_i y T_d son parámetros ajustables del sistema
En el dominio de Laplace:

$$Y(s) = K_p E(S) \cdot \left(1 + T_d \cdot S + \frac{1}{T_i \cdot S} \right)$$

La función de transferencia será: $\frac{Y(S)}{E(S)} = K_p \cdot \left(1 + T_d \cdot S + \frac{1}{T_i \cdot S} \right)$

La respuesta en el tiempo de este bloque se muestra en la figura siguiente:



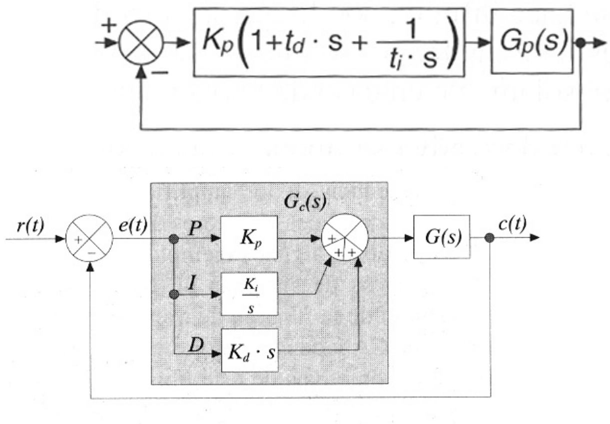


Diagrama de bloques de un controlador PID

$K_i = K_P/T_i \qquad K_d = K_P \cdot T_d$

Como ejemplo de un sistema de control PID, podemos poner la conducción de un automóvil. Cuando el cerebro da una orden de cambio de dirección, en una maniobra normal, la acción de control predominante del sistema es la proporcional, que aproximará la dirección al punto deseado de forma más o menos precisa. Una vez que la dirección esté cerca del punto deseado, comenzará la acción integral que eliminará el posible error producido por el control proporcional, hasta posicionar el volante en el punto preciso. Si la maniobra es lenta, la acción derivativa no tendrá apenas efecto. Si la maniobra requiere mayor velocidad de actuación, la acción de control derivativo adquirirá mayor importancia, aumentando la velocidad de respuesta inicial del sistema y posteriormente actuará la acción proporcional y finalmente la integral. En el caso de una maniobra muy brusca, el control derivativo tomará máxima relevancia, quedando casi sin efecto la acción proporcional e integral, lo que provocará muy poca precisión en la maniobra.

TRANSFORMADA DE LAPLACE

En los sistemas de regulación resulta fundamental conocer cuál va a ser su respuesta ante una entrada determinada. Muchas veces es difícil obtener una relación que permita conocer en función del tiempo como va a responder el sistema ante un estímulo determinado. Para unificar el tratamiento teórico de sistemas tan dispares como pueden ser un vehículo espacial, una central térmica, etc, se utilizan unas herramientas matemáticas que nos simplifican los cálculos.
Una de esas herramientas se basa en reemplazar funciones de una variable real (tiempo, distancia,..) por otras funciones que dependen de una variable compleja. Una vez conocido el comportamiento del sistema en el dominio complejo, se puede pasar de nuevo al dominio del tiempo y de esta manera establecer cuál va a ser la respuesta en cualquier situación. Esta técnica se conoce como transformada de LAPLACE, y es una herramienta matemática indispensable en la Regulación Automática.

Viene dada por la siguiente expresión:

$$L[f(t)] = F(\sigma,\omega) = \int_0^\infty f(t)\cdot e^{-\sigma\cdot t}\cdot e^{-j\omega t}dt$$ si hacemos s = σ + jω $\Rightarrow$ $F(s) = \int_0^\infty f(t)\cdot e^{-st}dt$

a la función F(s) se le denomina transformada de Laplace de la función f(t). Y simbólicamente se representa así: $F(s) = L[f(t)]$

La solución es función de la variable compleja s. Después de haber solucionado el problema en términos de s es necesario invertir la transformación para obtener la solución en el dominio del tiempo. La transformada inversa de Laplace (o antitransformada) viene dada por la expresión:

$$f(t) = \frac{1}{2\prod j}\int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} F(s)\cdot e^{-s}ds$$

Como ejemplo vamos a calcular la transformada de Laplace de la función unidad (escalón unitario):

$$F(s) = \int_0^\infty f(t).e^{-st}dt = \int_0^\infty 1.e^{-st}dt = -\frac{1}{s}\left[e^{-st}\right]_0^\infty = \frac{1}{s}$$

$$L[f(t)] = L[1] = \frac{1}{s}$$

Tabla con algunas transformadas de Laplace.

$\mathbf{f(t)}$	$\mathcal{L}\Big(\mathbf{f(t)}\Big)(\mathbf{s})$	
1	$\frac{1}{s}$,	$s > 0.$
t	$\frac{1}{s^2}$,	$s > 0.$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$,	$s > 0.$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$,	$s > a.$
$t^n \cdot e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$,	$s > a.$
$e^{at} \operatorname{sen} bt$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$,	$s > a.$
$e^{at} \cos bt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$,	$s > a.$
$\delta(t)$	1	