PROBLEMAS RESUELTOS

Problema 1

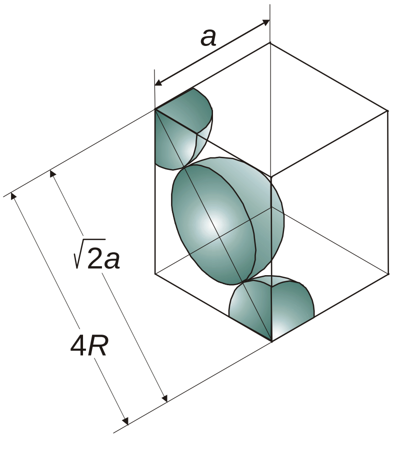
El plomo cristaliza en el sistema cúbico centrado en las caras, tiene un radio atómico de 174,9 pm y una densidad de 11340 Kg/m^3. Determine:

a) Su constante reticular.

b) Su masa atómica.

(Selectividad andaluza junio-97)

La celdilla elemental del plomo tiene la estructura indicada a continuación



a. Siendo ***a*** la constante reticular

$$a = \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot R = \frac{4}{\sqrt{2}} \cdot 174{,}9 = 494{,}69 \text{ pm}$$

$$\text{número de átomos} = \text{át. en vértices} + \text{át. en caras} = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ átomos}$$

$$\text{número de átomos} = 4 \text{ átomos por celda}$$

b. El volumen de la celda unitaria es

$$V = a^3 = \left(494{,}69 \cdot 10^{-12}\right)^3 = 1{,}21 \cdot 10^{-28} \text{ m}^3$$

luego su masa atómica será

$$\text{masa atómica} = \frac{V \cdot \rho}{n^o \ de \ átomos} =$$

$$= \frac{1{,}21 \cdot 10^{-28} \cdot 11340 \left(\text{m}^3 \cdot \text{kg}/\text{m}^3\right)}{4} = 3{,}43 \cdot 10^{-25} \ \text{kg}$$

Problema 2

Durante el ensayo de tracción de una probeta de acero estirado en frío de diámetro 13 mm y longitud 5 cm se han obtenido los siguientes datos:

Carga axial (N)	*Alargamiento de la longitud patrón (cm)*
0	*0*
8300	*0,0015*
13800	*0,0025*
26400	*0,0045*

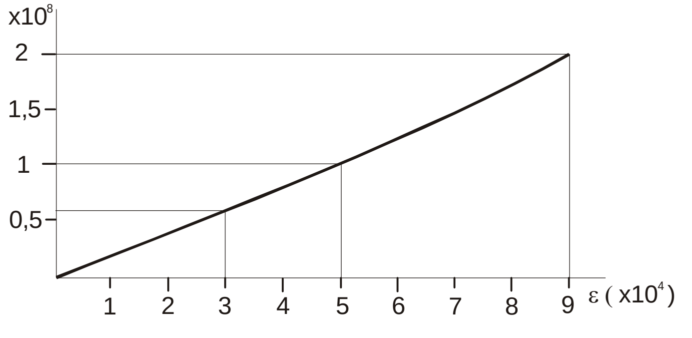
Determinar:

a) El módulo de Elasticidad del material.

b) Alargamiento que experimenta una barra cilíndrica de 6 cm de diámetro y 50 cm de longitud del mismo material al aplicar a sus extremos una carga de 50000 N, suponiendo que no haya superado el límite de elasticidad.

(Selectividad andaluza)

a. Se podría considerar una carga baja, que cumpla la ley de Hooke. Podemos calcular la media aritmética de los valores centrales



$E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon}\ \left(\mathrm{N/m^2}\right)$	$\sigma=\dfrac{F}{A}\ \left(\mathrm{N/m^2}\right)$	ε
$2{,}08 \cdot 10^{11}$	$0{,}62 \cdot 10^{8}$	$3 \cdot 10^{-4}$
$2{,}06 \cdot 10^{11}$	$1{,}03 \cdot 10^{8}$	$5 \cdot 10^{-4}$
$2{,}2 \cdot 10^{11}$	$1{,}98 \cdot 10^{8}$	$9 \cdot 10^{-4}$

$$E_{medio} = 2{,}07 \cdot 10^{11}\ \mathrm{N/m^2}$$

$$\varepsilon_{medio} = 4 \cdot 10^{-4}$$

b. El alargamiento experimentado por la barra de las dimensiones especificadas se obtiene

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A_o}{\Delta l/l_o} = \frac{F \cdot l_o}{\Delta l \cdot A_o}$$

Despejando Δl nos queda

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_o}{E \cdot A_o}$$

Antes calculamos la sección de la barra

$$A_o = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = 28{,}2\ \mathrm{cm^2}$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_o}{E \cdot A_o} = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 50 \cdot 10^{-2}}{28{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 2{,}07 \cdot 10^{11}} = 4{,}2 \cdot 10^{5}\mathrm{m} = 0{,}042\,\mathrm{mm}$$

Problema 3

Para determinar la dureza Brinell de un material se ha utilizado una bola de 5 mm de diámetro y se ha elegido una constante K = 30, obteniéndose una huella de 2,3 mm de diámetro. Calcule:

a) Dureza Brinell del material.

b) Profundidad de la huella.

(Selectividad andaluza septiembre - 97)

a. La dureza Brinell

$$F = K \cdot D^2 = 30 \cdot 5^2 = 750\ \mathrm{kgf}$$

$$HB = \frac{F}{A} = \frac{750}{4{,}4} = 170{,}45\ \mathrm{kgf/mm^2}$$

b. La profundidad de la huella

$$f = \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2} = \frac{5 - \sqrt{5^2 - 2{,}3^2}}{2} = 0{,}28\,\text{mm}$$

Problema 4

Un latón tiene un módulo de elasticidad E = 120·10^9 N/m^2 y un límite elástico de 250·10^6 N/m^2. Si disponemos de una varilla de dicho material de 10 mm^2 de sección y 100 mm de longitud, de la que suspendemos verticalmente una carga en su extremo de 1500 N, se pide:

a) ¿Recuperará el alambre su longitud primitiva si se retira la carga?.

b) ¿Cuál será el alargamiento unitario y total en estas condiciones?.

c) ¿Qué diámetro mínimo habrá de tener una barra de este material para que sometida a una carga de 8.104 N no experimente deformación permanente.

(Selectividad andaluza)

a. Calculamos la tensión de tracción aplicada a la varilla.

$$\sigma = \frac{F}{A_o} = \frac{1500}{10 \cdot 10^{-6}} = 1{,}5 \cdot 10^8\ \text{N/m}^2$$

Como el valor obtenido es inferior al límite elástico, la varilla recuperará la longitud primitiva.

b. El alargamiento unitario será

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{120 \cdot 10^9} = \frac{150}{120 \cdot 10^3} = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$$

y el alargamiento total

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l_o = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 1{,}25 \cdot 10^{-1}\text{mm} = 0{,}125\,\text{mm}$$

c. Calculamos la sección mínima, que vendrá determinada por el límite elástico

$$A_{mín} = \frac{F}{\sigma_E} = \frac{8 \cdot 10^4}{250 \cdot 10^6} = 3{,}2 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2$$

El diámetro mínimo será consecuencia del valor anterior obtenido

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{min}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 0{,}02018\ \text{m} = 20{,}18\ \text{mm}$$

Problema 5

Dibuje una celdilla elemental con las posiciones atómicas del hierro a temperatura ambiente.

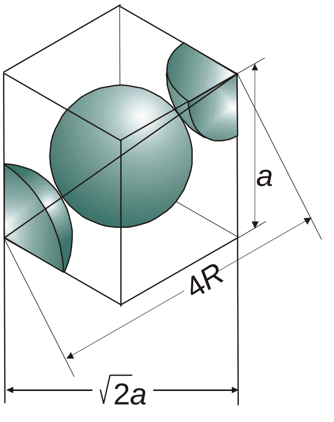
Si disponemos de 1mm^3 de hierro, y sabiendo que la constante reticular de su celdilla es a = 2,86x10^{-10} m, calcular:

a) El número de átomos que habría.

b) El volumen real ocupado por los átomos si el radio atómico es 1,24x10^{-10} m.

(Selectividad andaluza)

El estado alotrópico del hierro a temperatura ambiente tiene una estructura cúbica centrada en el cuerpo (BCC).



$$(4R)^2 = \left(\sqrt{2}\cdot a\right)^2 + a^2$$

$$(4R)^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$4R = \sqrt{3}\cdot a$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}\cdot R$$

a. El número de átomos en una celda

$$\text{número de átomos} = \text{át. en el centro} + \text{át. en vértices} = 1 + 8\cdot\frac{1}{8} = 2 \text{ átomos}$$

$$\text{número de átomos} = 4 \text{ átomos por celda}$$

El volumen de cada celda será

$$V_{celda} = a^3 = \left(2{,}86 \cdot 10^{-10}\right)^3 \text{ m}^3 = 2{,}34 \cdot 10^{-29}\,\text{m}^3 = 2{,}34 \cdot 10^{-20}\,\text{mm}^3$$

El número de celdas en $1\,\text{mm}^3$

$$Celdas = \frac{1}{2{,}34 \cdot 10^{-20}} = 4{,}2735 \cdot 10^{19}\,\text{celdas}$$

Como cada celda tiene 2 átomos, el número total de átomos en 1mm^3

$$n^{o}\ de\ átomos = 2 \cdot 4{,}2735 \cdot 10^{19} = 8{,}547 \cdot 10^{19} \text{ átomos}$$

b. El volumen real ocupado dependerá del número de átomos existentes y el volumen que ocupa cada uno de ellos

$$V_{real} = n^{\circ}\ átomos \cdot V_{átomo}$$

$$V_{real} = 8{,}547 \cdot 10^{19} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = 8{,}547 \cdot 10^{19} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(1{,}24 \cdot 10^{-10}\right)^3 =$$

$$= 6{,}82 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 = 0{,}682 \text{ mm}^3$$

Problema 6

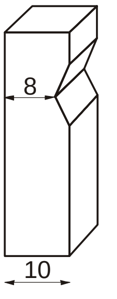
A una probeta de sección cuadrada de 10 mm de lado y 2 mm de entalla en el centro de una de sus caras , se le somete a un ensayo de flexión por choque, con un martillo de 20 Kgf, cayendo desde una altura de 90 cm y recuperando, tras la rotura, la altura de 70 cm. Haga un esquema del ensayo propuesto y determine:

a) Energía absorbida por la probeta.

b) Resiliencia del material.

(Propuesto Andalucía 96/97)

a. Representamos la probeta que tendrá una forma similar a la indicada.



La sección en la zona de la entalla será de $A = 10 \cdot 8 = 80\,\text{mm}^2$

La energía absorbida por la probeta será la energía potencial que posee el martillo debido a su altura menos la energía potencial que adquiere en la recuperación.

$$E_p = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = 20(90-70) = 20 \cdot 20 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 400 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

$$400 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 400 \cdot 9{,}8 \cdot 1 \cdot 10^{-2} = 39{,}2 \text{ N} \cdot \text{m} = 39{,}2 \text{ J}$$

b. La resiliencia se calcula por la expresión $\rho = \dfrac{E_p \, absorbida}{A_0}$

siendo A_0 la sección en la zona de la entalla.

Por lo que la resiliencia será

$$\rho = \frac{39{,}2}{0{,}8} = 49 \text{ J/cm}^2$$

Problema 7

Una probeta normalizada de 13,8 mm de diámetro y 100 mm de distancia entre puntos, es sometida a un ensayo de tracción, experimentando, en un determinado instante, un incremento de longitud de 3x10^{-3} mm. Si el módulo de Young del material es 21,5 x 10^{5} Kgf/cm^{2}, determine:

a) El alargamiento unitario.

b) La tensión unitaria en KN/m2.

c) La fuerza actuante en dicho instante en N.

(Propuesto Andalucía 96/97)

a. El alargamiento unitario

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{100} = 3 \cdot 10^{-5}$$

b. La tensión unitaria en **kN/m^2**

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = 21{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{9{,}8}{10^{-4}} \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 6{,}32 \cdot 10^{6} \text{ N/m}^2 = 6321 \text{ KN/m}^2$$

c. Anteriormente al cálculo de la fuerza actuante necesitamos calcular la sección de la probeta

$$A_o = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \pi \cdot \frac{(13{,}8 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Ahora calculamos la fuerza actuante

$$F = \sigma \cdot A_o = 6{,}321 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} = 948{,}15 \text{ N}$$

Problema 8

Se ha fabricado un engranaje de acero que posteriormente ha sido verificado en laboratorio. En uno de los ensayos efectuados se midió la dureza en la superficie y en el núcleo de la pieza, siendo sus resultados de 500 HB y de 200 HB, respectivamente.

a) Indique en qué unidades vienen expresados dichos valores y en qué consiste (brevemente) el método de ensayo utilizado.

b) Explique, en función de su aplicación posterior, qué se persigue con la obtención de diferentes durezas en la pieza fabricada.

(Selectividad andaluza septiembre - 97)

a. Grado de dureza según ensayo Brinell

H = Hard del inglés duro o dureza

B = inicial de Brinell

La dureza Brinell se obtiene intentando penetrar una bola de acero en la superficie a ensayar, de manera que si aplicamos a la bola una fuerza $\boldsymbol{F}$, siendo $\boldsymbol{A}$ la superficie del casquete esférico de la huella dejada por la bola en la superficie a ensayar, tendremos que la dureza será

$$HB = \frac{F}{A}$$

medida en $\mathrm{Kgf}/\mathrm{mm}^2$. La fuerza se elige proporcional al material mediante una constante $\boldsymbol{K}$, tal que $F = K \cdot D^2$, siendo $\boldsymbol{D}$ el diámetro de la bola.

b. Dureza de la superficie 500 HB

Dureza del núcleo 200 HB

La dureza en la superficie es mayor para evitar que el engranaje se desgaste en su parte exterior. La dureza en el núcleo es menor, ya que debe absorber los choques o rozamientos con el otro engranaje, puesto que a menor dureza mejor amortiguación de los choques.

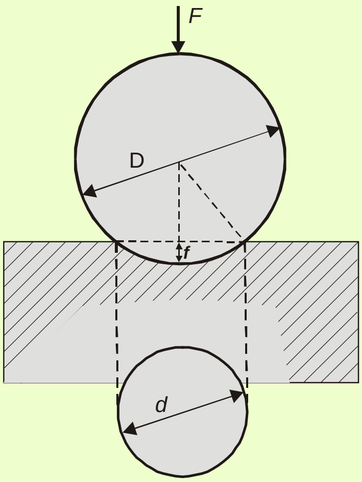
Para endurecer el acero se le somete a tratamientos térmicos o termoquímicos.

Problema 9

En relación con la figura:

a) **Obténgase la expresión para evaluar la dureza Brinell de un material.**

b) **Si la constante de ensayo para el material implicado es de 30, se ha utilizado una bola de diámetro 2,5 mm y se ha obtenido una huella de 1 mm de diámetro, calcúlese la dureza Brinell del material.**



(Selectividad andaluza)

a. Para calcular la dureza Brinell utilizamos la expresión $HB = \frac{F}{A}$

En el triángulo considerado obtenemos que

$$\left(\frac{D}{2} - f\right)^2 = \left(\frac{E}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\frac{D^2}{4} + f^2 - 2\frac{D}{2} \cdot f = \frac{D^2}{4} - \frac{d^2}{4}$$

De donde obtenemos la ecuación de segundo grado

$$f^2 - Df + \frac{d^2}{4} = 0$$

que tiene como soluciones

$f = \frac{d \pm \sqrt{D^2 - d^2}}{2}$, de las que sólo nos quedamos con $f = \frac{d - \sqrt{D^2 - d^2}}{2}$

ya que un discriminador positivo nos dará un valor de flecha muy grande.

La superficie del casquete de la huella es $A = \pi \cdot D \cdot f$

Sustituyendo el valor de f nos dará $A = \pi \cdot D \cdot \left(\dfrac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2} \right)$

Luego $$HB = \frac{2F}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)}$$

b. Calculamos la fuerza actuante

$$F = K \cdot D^2 = 30 \cdot 2{,}5^2 = 187{,}5\,\mathrm{Kp}$$

la dureza Brinell será

$$HB = \frac{2F}{\pi \cdot D \cdot \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)} = \frac{2 \cdot 187{,}5}{\pi \cdot 2{,}5 \cdot \left(2{,}5 - \sqrt{2{,}5^2 - 1^2} \right)} =$$

$$= 228{,}7\,\mathrm{Kg/mm^2} = 228{,}7\ \mathrm{HB}$$

Problema 10

Una pieza de 300 mm de longitud tiene que soportar una carga de 5000 N sin experimentar deformación plástica. Elija el material más adecuado entre los tres propuestos para que la pieza tenga un peso mínimo.

Material	Límite elástico (Mpa)	Densidad (g/cm^3)
Latón	**345**	**8,5**
Acero	**690**	**7,9**
Aluminio	**275**	**2,7**

(Propuesto Andalucía 96/97)

Se calcula la sección de cada material según la fuerza aplicada y su límite elástico

$$A_{Latón} = \frac{F}{\sigma_{Latón}} = \frac{5}{345} \cdot \frac{\mathrm{KN}}{\mathrm{MPa}} = 1{,}45 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$$

$$A_{Acero} = \frac{F}{\sigma_{Acero}} = \frac{5}{690} \cdot \frac{\mathrm{KN}}{\mathrm{MPa}} = 7{,}25 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

$$A_{Aluminio} = \frac{F}{\sigma_{Aluminio}} = \frac{5}{275} \cdot \frac{\mathrm{KN}}{\mathrm{MPa}} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$$

Calculamos la masa de cada uno de los materiales en función de la longitud requerida y las secciones obtenidas.

$$m_{Latón} = V \cdot \rho = A \cdot l \cdot \rho = 1{,}45 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}3 \cdot 8{,}5 \cdot 10^{6} = 36{,}97\ \mathrm{g}$$

$$m_{Acero} = A \cdot l \cdot \rho = 7{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}3 \cdot 7{,}9 \cdot 10^{6} = 17{,}18\ \mathrm{g}$$

$$m_{Aluminio} = A \cdot l \cdot \rho = 1{,}8 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}3 \cdot 2{,}7 \cdot 10^{6} = 14{,}72\ \mathrm{g}$$

Resultando que el material de menor peso sería el aluminio

Problema 11

Una barra cilíndrica de acero con un límite elástico de 325 Mpa y con un módulo de elasticidad de 20,7 x 10^4 Mpa se somete a la acción de una carga de 25000 N. Si la barra tiene una longitud inicial de 700 mm, se pide:

a) ¿Qué diámetro ha de tener si se desea que no se alargue más de 0,35 mm?

b) Explique si, tras eliminar la carga, la barra permanece deformada?

(Selectividad andaluza junio - 98)

a. La sección de la barra en función de las condiciones establecidas

$$A_o = \frac{F \cdot l_o}{\Delta l \cdot E} = \frac{25 \cdot 10^{3} \cdot 700 \cdot 10^{-3}}{0{,}35 \cdot 10^{-3} \cdot 20{,}7 \cdot 10^{-4}} = 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$$

por lo que el diámetro

$$A = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 0{,}0175\ \mathrm{m} = 17{,}5\ \mathrm{mm}$$

b. Calculamos la tensión de tracción para compararla con el límite elástico

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{25 \cdot 10^{3}}{2{,}4 \cdot 10^{-4}} = 10{,}4 \cdot 10^{7}\ \mathrm{Pa} = 104\ \mathrm{MPa}$$

Como la tensión de tracción $\sigma = 104\ \mathrm{MPa}$ es menor que el límite elástico $\sigma_E = 325\ \mathrm{MPa}$, al eliminar la carga la barra no permanece deformada y volverá a su posición inicial.

Problema 12

Realice un dibujo esquemático representativo de un ensayo Brinell. Suponga que la carga utilizada es de 250 Kgf y el penetrador de un diámetro de 5 mm, obteniéndose una huela de 3,35 mm^2. Se pide:

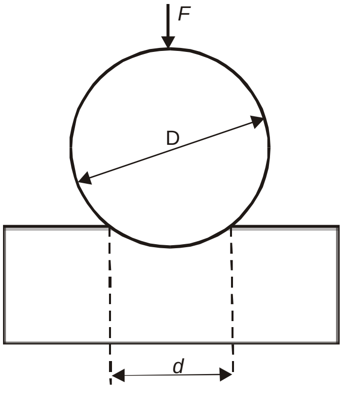
a) Explique para que sirve este ensayo.

b) Determinar el resultado del mismo.

c) Compruebe si se acertó al elegir el tamaño del penetrador y la carga.

(Propuesto Andalucía 97/98)

a. Consiste en comprimir una bola de acero templado (penetrador), aplicando sobre esta una carga F durante un tiempo t determinado. Se mide el diámetro de la huella y se calcula la dureza.



b. Calculamos la dureza HB en con los datos facilitados

$$HB = \frac{F}{A} = \frac{250}{3{,}35} = 74{,}62 \text{ HB}$$

c. Para comprobar si se han elegido adecuadamente el tamaño de la bola y la carga aplicada se calcula el diámetro de la huella

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3{,}35}{\pi}} = 2 \text{ mm}$$

El diámetro de la huella debe estar comprendido entre

$$D/4 < d < D/2$$

$$1{,}25 < 2 < 2{,}5$$

Como en este caso es así, se acertó en la elección del penetrador y la carga.

Este ensayo, cuando se aplica en materiales cuyo perfil es grueso, se realiza correctamente. Sin embargo, cuando los perfiles tienen un espesor inferior a 6 mm y el penetrador 10 mm de diámetro, se deforma el material y los resultados suelen ser erróneos. Para solucionar este problema se utilizan penetradores de menor diámetro D, de manera que, el diámetro de la huella, quede comprendido entre $D/4 < d < D/2$.

Problema 13

Una aleación de cobre tiene un módulo de elasticidad E = 12600 Kgf/mm² y un límite elástico de 26 Kgf/mm². Se pide:

a) La tensión unitaria necesaria para producir, en una barra de 400 mm de longitud, un alargamiento elástico de 0,36 mm.

b) ¿Qué diámetro ha de tener una barra de este material para que, sometida a un esfuerzo de tracción de 8000 Kgf, no experimente deformaciones permanentes?

(Selectividad andaluza junio - 98)

a. Calculamos el alargamiento unitario de la forma

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{0{,}36}{400} = 9 \cdot 10^{-4}$$

y obtenemos a continuación la tensión unitaria

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = 12600 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 11{,}34\ \frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2}$$

b. Calculamos la sección despejando de la expresión del límite elástico

$$\sigma_E = \frac{F}{A}$$

$$A = \frac{F}{\sigma_E} = \frac{8000}{26} = 307{,}7\,\text{mm}^2$$

El diámetro mínimo será

$$A = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 307{,}3}{\pi}} = 19{,}79\ \text{mm}$$

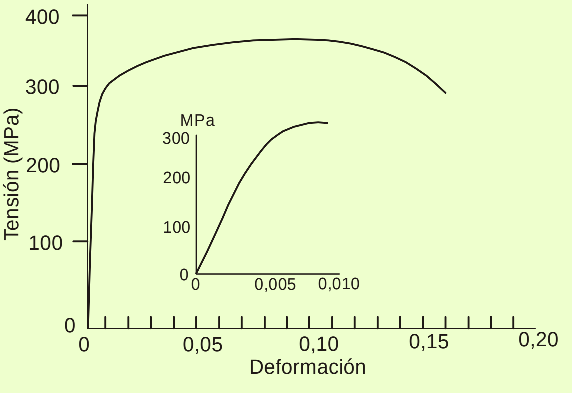
Problema 14

En el diagrama de tracción adjunto, la figura pequeña corresponde a la región ampliada del origen de coordenadas. Dicho gráfico se ha obtenido de un ensayo de tracción efectuado a una probeta cilíndrica de una aleación de aluminio. Sabiendo que, inicialmente, la probeta tenía un diámetro de 10 mm y una longitud de 75 mm, calcule:

a) Módulo de elasticidad.

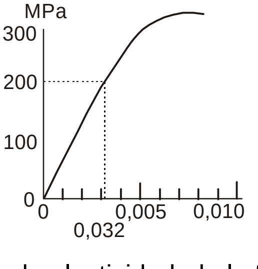
b) El alargamiento, al aplicar una carga de 13500 N.

c) La carga máxima que puede soportar esta probeta sin que se deforme permanentemente.



(Propuesto Andalucía 98/99)

a. Observando el detalle realizado en la gráfica podemos determinar aproximadamente que el límite elástico tiene un valor de 200 MPa, valor al que le correspondería una deformación de 0,032



Podemos calcular el módulo de elasticidad, de la forma

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{200}{0{,}032}\ \text{Mpa} = 62500\ \text{Pa} = 62500\ \text{MN}/\text{m}^2$$

b. Para calcular el alargamiento, primeramente calcularemos la sección de la probeta

$$A = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 78{,}53\ \text{mm}^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^2$$

esta sección nos sirve para calcular la tensión unitaria

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{13500}{7{,}85 \cdot 10^{-5}} = 1{,}78 \cdot 10^{8}\ \mathrm{N/m^2}$$

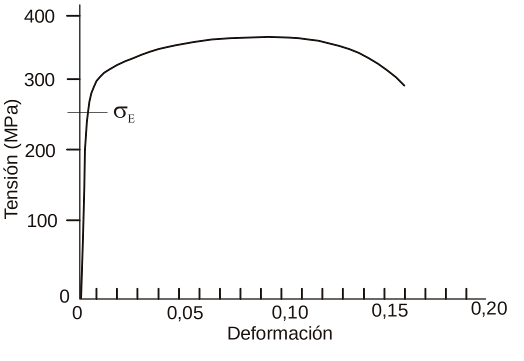
El alargamiento unitario será

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{1{,}718 \cdot 10^{8}}{62500 \cdot 10^{6}} = 2{,}75 \cdot 10^{-3}$$

y el alargamiento total

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l_o = 2{,}75 \cdot 10^{-3} \cdot 75 = 0{,}21\ \mathrm{mm}$$

c. Según la gráfica, podemos determinar que, el límite elástico se encuentra en $250\,\mathrm{MPa}$, aproximadamente,



por lo que la máxima carga aplicable será

$$F = \sigma_E \cdot A = 250 \cdot 10^{6} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-5} = 19625\,\mathrm{N}$$

Problema 15

Calcule el diámetro del vástago de un cilindro que debe soportar una fuerza de 5000 Kg fabricado en acero de tensión admisible 30 Kg/mm². (La carrera del cilindro no excederá de 100 mm para que no exista pandeo).

(Selectividad andaluza septiembre-99)

La sección del cilindro deberá ser

$$A = \frac{F}{\sigma_E} = \frac{5000}{30} = 166{,}6\ \mathrm{mm}^2$$

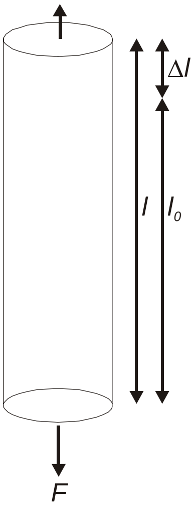
por lo que el diámetro

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 166{,}6}{\pi}} = 14{,}56\ \mathrm{mm}$$

Problema 16

Un alambre de acero con un módulo elástico de 210000 MPa y un límite elástico de 1800 MPa, tiene una longitud de 2 m y un diámetro de 1 mm. Calcule su longitud cuando se somete a una carga de tracción de 100 kg y dibuje un croquis del alambre con la carga aplicada.

(Propuesto Andalucía 98/99)



La sección del alambre

$$A_0 = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = 0{,}78\ \text{mm}^2 = 7{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$$

De la expresión del módulo elástico, despejamos el valor del incremento de longitud Δl

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\dfrac{F}{A_o}}{\dfrac{\Delta l}{l_o}} \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{F \cdot I_o}{E \cdot A_o}$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_o}{E \cdot A_o} = \frac{100 \cdot 9{,}8 \cdot 2}{21 \cdot 10^{10} \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-7}} =$$

$$= 0{,}0119\ \text{m} = 11{,}9\ \text{mm}$$

La longitud total cuando el alambre está sometido a la carga

$$\Delta l = l - l_0$$

$$l = \Delta l + l_0 = 2000 + 11{,}9 = 2011{,}9\ \text{mm}$$

Si calculamos la tensión a la que está sometido el alambre

$$\sigma = \frac{F}{A_0} = \frac{100 \cdot 9{,}8}{7{,}8 \cdot 10^{-7}} = 1{,}25 \cdot 10^9\ \text{N/m}^2 = 1250\ \text{MPa}$$

Al ser el límite elástico $1800\ \text{MPa}$ y superior a la tensión aplicada de $1250\ \text{MPa}$, el alambre no sufrirá una deformación permanente, recuperando su longitud inicial cuando se elimine la carga aplicada.

Problema 17

Una varilla se ha fabricado con acero de límite elástico 350 MPa y de módulo de elasticidad 200 GPa. La varilla tiene una sección uniforme de 12 mm^2 y una longitud de 50 cm.

a) Si se carga en uno de sus extremos con una fuerza de 1800 N en la dirección del eje de la barra, ¿ recuperará la varilla su longitud inicial cuando se elimine la fuerza?

b) Calcule el alargamiento unitario en las condiciones de carga planteadas en a).

c) ¿Cuál deberá ser el diámetro mínimo de la varilla si no se desea que se alargue permanentemente tras ser sometida a una carga de 5000 N?

(Selectividad andaluza junio-00)

a. La tensión de tracción

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{1800}{12 \cdot 10^{-6}} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1{,}5 \cdot 10^8 \ \mathrm{Pa} = 150 \ \mathrm{MPa}$$

La varilla recuperará la longitud inicial puesto que el esfuerzo o tensión de tracción a la que se le somete ($150\,\mathrm{MPa}$) no supera el límite elástico de $350\,\mathrm{MPa}$.

b. El alargamiento unitario

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{150 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^9} = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$$

c. La sección de la varilla correspondiente al límite elástico

$$A = \frac{F}{\sigma_E} = \frac{50000}{350 \cdot 10^6} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N}/\mathrm{m}^2} = 1{,}428 \cdot 10^{-4} \ \mathrm{m}^2$$

El diámetro mínimo

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1{,}428 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 0{,}0134 \ \mathrm{m} = 13{,}44 \ \mathrm{mm}$$

Esta página está intencionadamente en blanco